



**PROGRAM  
CEZHRANIČNEJ  
SPOLUPRÁCE**  
SLOVENSKÁ REPUBLIKA  
ČESKÁ REPUBLIKA



**EURÓPSKA ÚNIA  
EURÓPSKY FOND  
REGIONÁLNEHO ROZVOJA**

**SPOLOČNE BEZ HRANÍC**

## Projekt podpořený Operačním programem Přeshraniční spolupráce Slovenská republika - Česká republika 2007-2013



Hvezdáreň v Partizánskom  
Hvezdárna Valašské Meziříčí



**TRENČIANSKY  
SAMOSPRÁVNY  
K • R • A • J**



Tato akce je realizována s finanční  
výpomocí Zlínského kraje

# GEOMETRICKÉ TRYSKY (GT) RAKETOVÝCH MOTORŮ (RM) PRO POTŘEBY KOSMONAUTIKY A JEJICH VLIV NA NOSNOU KAPACITU A CELKOVOU HMOTNOST NOSNÝCH RAKET

Prof. Ing. Jan Kusák, CSc.

## 1. ÚVOD

Při startu ze Země (planet) musíme pohonným systémem nosiče zabezpečit na jejím povrchu počáteční zrychlení k překonání gravitačního zrychlení planety a potřebnou rychlost k dosažení požadované letové dráhy. Z energetické věty obdržíme při startu z povrchu Země celkovou ideální rychlost k dosažení oběžné kruhové dráhy

$$(1) \quad v_{\Sigma ID} = [2g_0 R_Z (1 - R_Z / 2(R_Z + h_{OD}))]^{0,5},$$

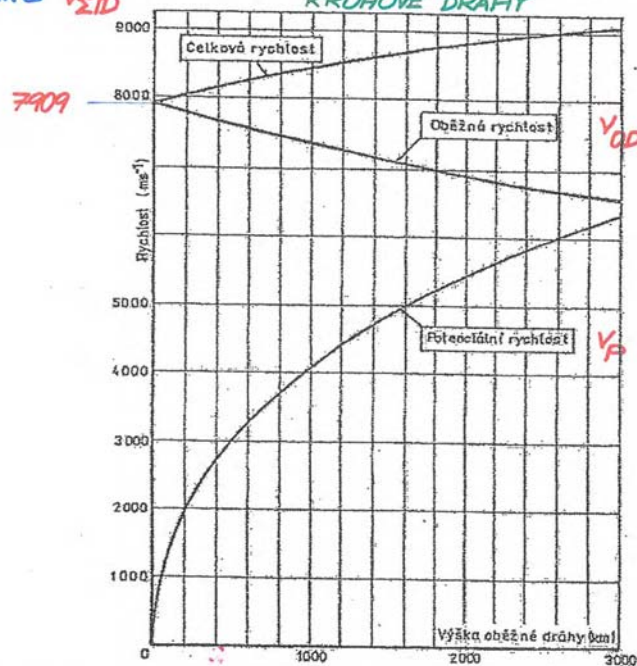
kde je  $g_0 = 9,80665 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$

$R_Z = 6378 \cdot 10^3 \text{ m}$

$h_{OD}$  výška oběžné dráhy nad povrchem Země (km)

Průběh  $v_{\Sigma ID}$  je uveden v [7], [12] a [13].

*Celková ideální rychlost rakety k vynesení UDŽ na OD o dané výšce dráhy nad povrchem Země  $v_{\Sigma ID}$*



$$v_{\Sigma ID} = \sqrt{v_{OD}^2 + v_P^2} = \sqrt{2 \cdot g(R_Z) \cdot R_Z \left[ 1 - \frac{R_Z}{2(R_Z + h_{OD})} \right]} \quad (17)$$

$$g(R_Z) = g_0 = 9,80665 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$$

$$R_Z = 6378 \cdot 10^3 \text{ m}$$

*Poznámka: Celková ideální rychlost rakety je menší, než tzv. charakteristická rychlost  $v_{tar}$ , kterou raketa (m.sic.) musí mít s ohledem na zátěže!*

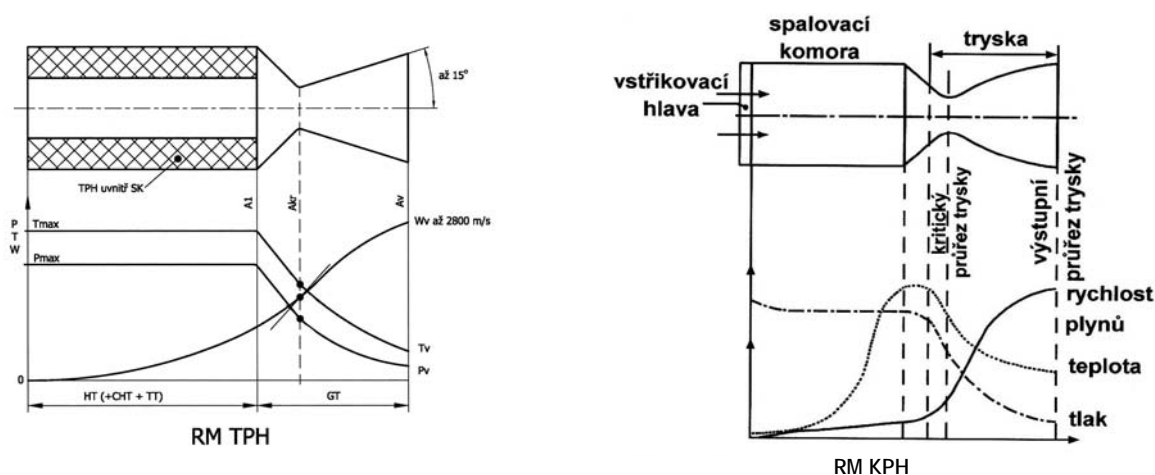
Pohonný systém nosiče musí mít s ohledem na ztráty vyšší zásobu rychlosti, kterou označujeme jako charakteristickou rychlost

$$v_{\text{CHAR}} = (1,1 \text{ až } 1,2)v_{\Sigma\text{ID}} \quad (2)$$

Tak např. pro  $h_{\text{OD}} = 1000 \text{ km}$  obdržíme  $v_{\Sigma\text{ID}} = 8428 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$  a  $v_{\text{CHAR}}$  v rozmezí 9271 až  $10114 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$  podle velikosti ztrát na rychlosti.

## 2. PLYNOVÉ TRYSKY RM [1] až [6]

Na Obr. 1 jsou znázorněna schémata RM na tuhou pohonnou hmotu (RM TPH) a kapalnou pohonnou hmotu (RM KPH) s uvedením jednotlivých typů plynových trysek a průběhů termodynamických závislostí.



Obr. 1 Schemata raketových motorů - plynové trysky RM

Zkoumáme čtyři základní děje (typy plynových trysek):

- změna průřezu kanálu A - geometrický děj (geometrická tryska GT);
- změna hmotnosti plynu v proudu  $Q_m$  - hmotnostní děj (hmotnostní tryska HT);
- změna tepelného obsahu v proudu plynu - tepelný děj (tepelná tryska TT);
- změna počtu molekul v proudu plynu N - chemický děj (chemická tryska CHT).

Kvalitativní rozbor výše uvedených dějů provádíme dle následujících vztahů:

$$\text{- izolovaný hmotnostní děj} \quad (1 - M^2)dw/w = dQ_m/Q_m \quad (3)$$

je odvozen úpravou rovnice adiabatické změny stavu plynu, rovnice místní rychlosti zvuku a rovnice změny tepelného obsahu, hmotnostní průtok  $Q_m$  je proměnlivý v kanálu konstantního průřezu - v hmotnostní trysce nedosáhneme nadzvukovou rychlost proudu plynu;

$$\text{- izolovaný tepelný děj} \quad (1 - M^2)dw/w = (\kappa r/c^2)dT^* \quad (4)$$

je odvozen úpravou rovnice kontinuity, rovnice stavu, rovnice místní rychlosti zvuku a rovnice změny tepelného obsahu plynu pro kanál konstantního průřezu - v tepelné trysce nedosáhneme nadzvukovou rychlost proudu plynu;

- *izolovaný chemický děj*  
(5)

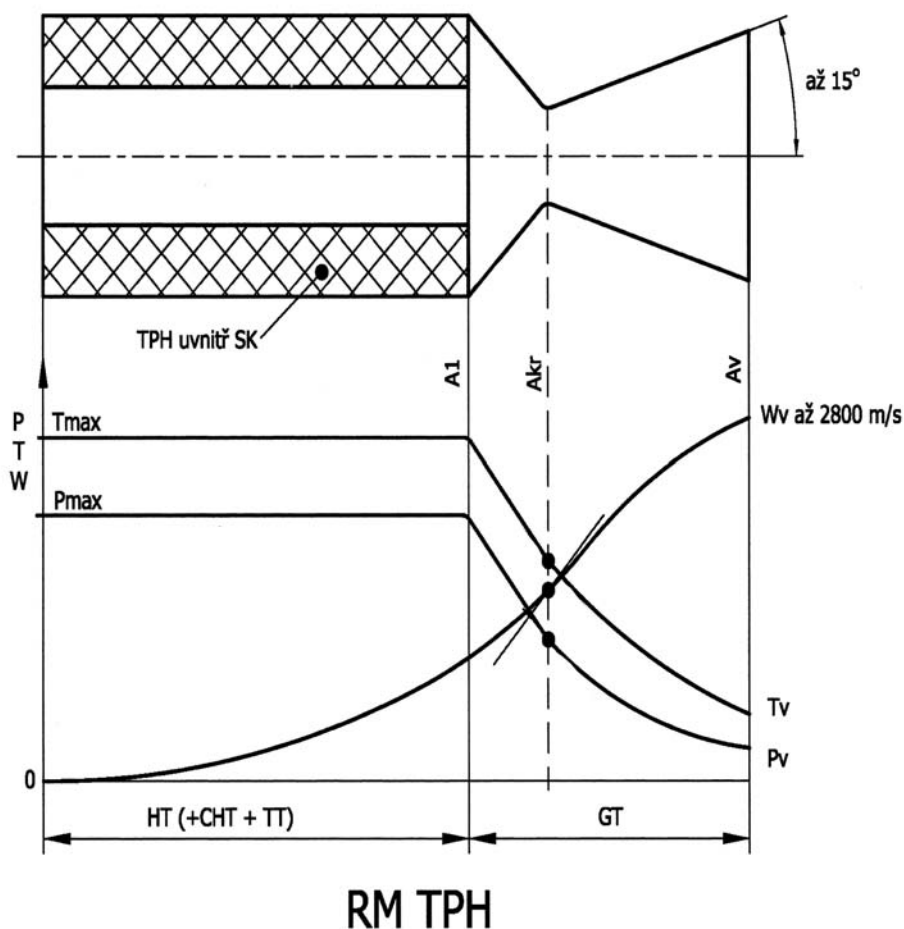
$$(1 - M^2)dw/w = dN/N$$

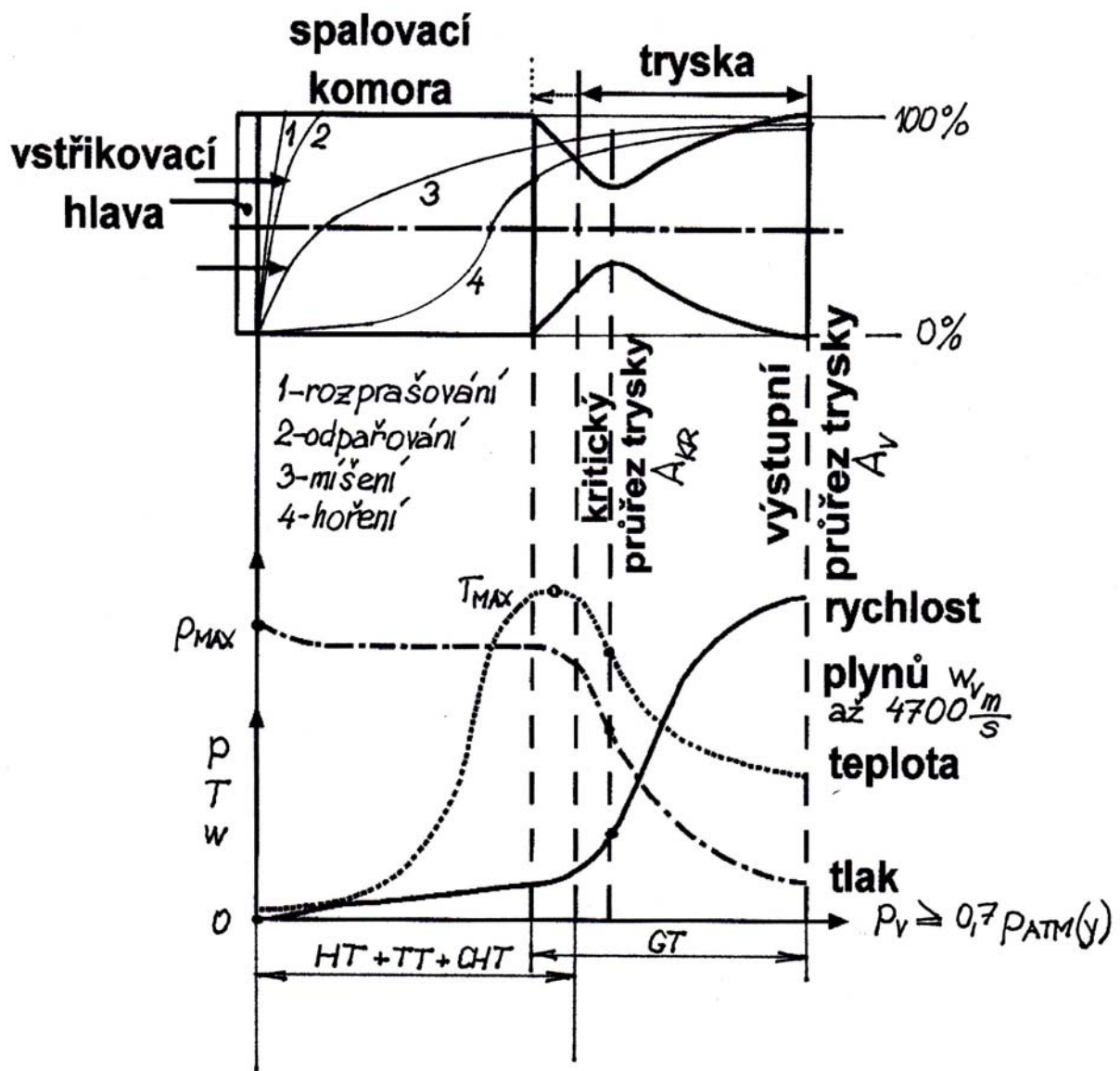
je odvozen úpravou adiabatické změny stavu plynu, rovnice kontinuity a rovnice energie, předpokládáme chemické reakce bez uvolňování nebo pohlcování tepla, N je počet molekul v proudu plynu - v chemické trysce nedosáhneme nadzvukovou rychlost proudu plynu;

- *izolovaný geometrický děj*  
(6)

$$(M^2 - 1)dw/w = dA/A$$

je odvozen úpravou rovnice kontinuity, rovnice adiabatické změny stavu plynu, rovnice místní rychlosti zvuku a rovnice tepelného měrného obsahu plynu - v geometrické trysce dosáhneme nadzvukovou rychlost proudu plynu.





RM KPH

Kombinovaný děj

$$(M^2 - 1)dw/w = dA/A - dQ_m/Q_m - (\kappa r/c^2)dT^* - dN/N \quad (7)$$

V předchozích rovnicích dále značí

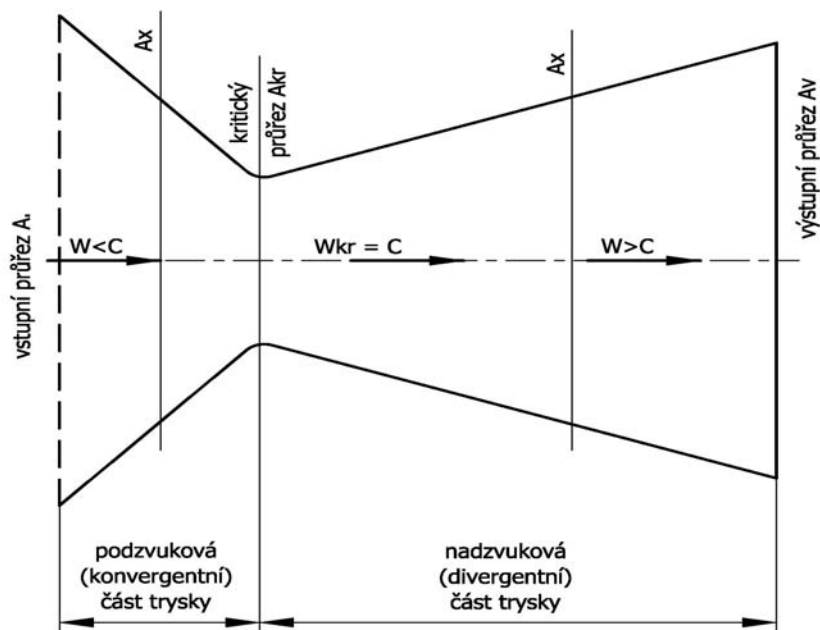
M Machovo číslo,  $M = w/c$  (-),  $w$  rychlost proudu plynu ( $m \cdot s^{-1}$ ),

$c$  místní rychlost zvuku  $c = (\kappa r T)^{0.5}$  (K),  $T$  teplota proudu plynu (K),

$T^*$  teplota zbrzdění (K),  $\kappa$  adiabatický exponent (.),  $r$  plynová konstanta ( $\text{JkgK}^{-1}$ ).

### 3. PRINCIP FUNKCE GT

Princip funkce GT podle Obr. 2:



Obr. 2 Schéma izolované GT

+ při **podzvukovém proudění** je  $w < c$ ,  $M < 1$ , pro  $dA/A < 0$  z (6) obdržíme  $dw/w > 0$ , zmenšování průtočného průřezu vede ke zvyšování rychlosti proudu plynu;

+ při **nadzvukovém proudění** je  $w > c$ ,  $M > 1$ , pro  $dA/A > 0$  z (6) obdržíme  $dw/w > 0$ , zvětšování průtočného průřezu vede ke zvyšování rychlosti proudu plynu;

+ v kritickém průřezu je  $dA/A = 0$ , z (6) je  $M = 1$ .

Ve výstupním průřezu  $A_v$  musíme splnit podmínku, že statický tlak proudu plynu  $p_v$  je větší nebo nanejvýš roven hodnotě  $0,7p_{ATM(y)}$ .

A protože celkový tah  $R_M$  je dán vztahem (8), je průběh tahu závislý na výšce letu. A této vlastnosti lze využít při návrhu GT.

Optimální návrh GT vede k úsporám v celkové hmotnosti nosiče nebo ke zvýšení hmotnosti užitečného zatížení při stejné celkové hmotnosti nosiče.

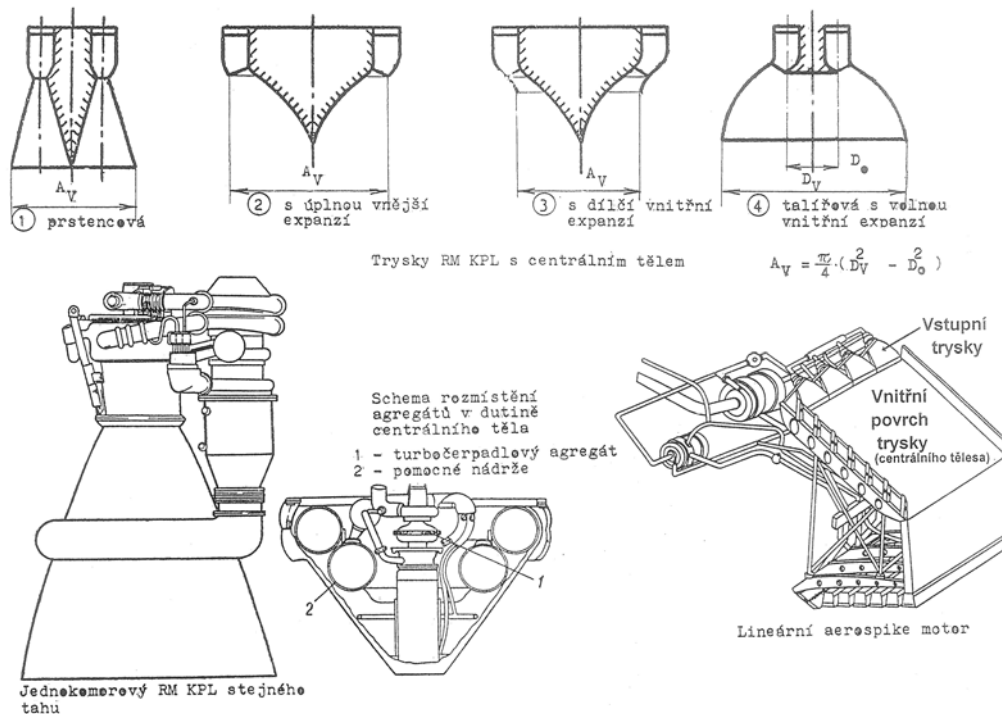
#### 4. KONSTRUKČNÍ USPOŘADÁNÍ GT [3], [8], [10]

Rozčlenění velmi široké škály rozmanitých konstrukcí GT uvedené v této části lze brát jako přibližné.

Konstrukční uspořádání:

Osově symetrické	kuželové, zvonovité	jednoduché nebo tandemový nástavec	
		Prstencové	centrální tělo
	s úplnou vnější expanzí s dílčí vnitřní expanzí talířové, volná vnitřní expanze	Prstencové	centrální tělo
Lineární	aerospike motor	Kombinované	centrální tělo

Vybraná konstrukční uspořádání GT jsou ukázána na Obr. 3.



Obr. 3 Konstrukční uspořádání GT

## 5. PRŮBĚHY TAHU RM [13],[14]

Tah raketového motoru pro zvolenou pohonnou hmotu (známe poměr měrných tepelných kapacit  $\kappa$  a velikost součinu plynové konstanty a teploty plynu ve vstupním průřezu GT  $rT_1$ ) lze vyjádřit ve tvaru (pro zjednodušené řešení GT)

$$F_{C(y)} = \gamma(\kappa)\varepsilon(\kappa, p_V/p_1)A_{KR} p_1 + A_V(p_V - p_{ATM(y)}) ; \quad (8)$$

objasníme vliv tlakového spádu v GT na hmotnost pohonné hmoty (nosiče) s pomocí následujícího příkladu:

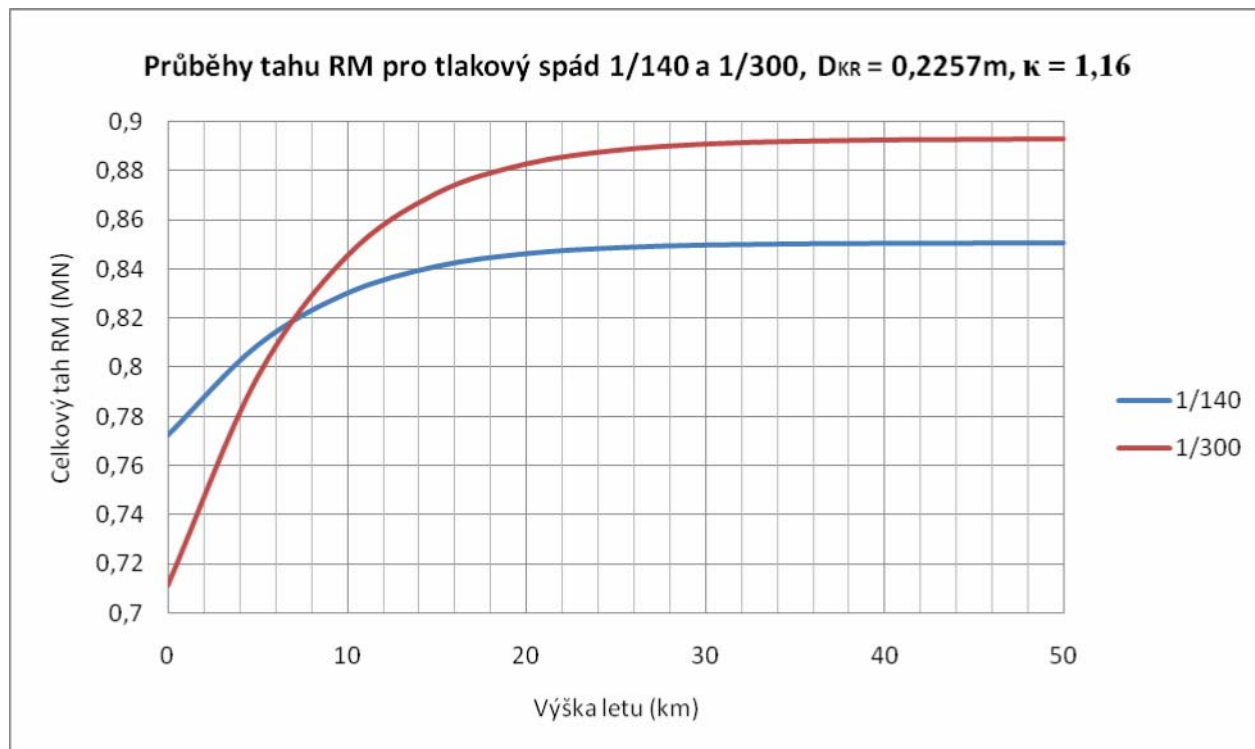
pro  $\kappa = 1,16$  obdržíme z tabulek funkcí GT  $\gamma = 2,4395$ ,  
pro tlakový spád  $1/140$  a  $\kappa = 1,16$  obdržíme z tabulek funkcí GT  $\varepsilon = 0,70299$   
a pro poměr  $A_V/A_{KR} = B$  hodnotu  $16,947$ ;  
 $1/300$  a  $\kappa = 1,16$  obdržíme z tabulek funkcí GT  $\varepsilon = 0,73802$  a  
pro poměr  $A_V/A_{KR} = B$  hodnotu  $31,140$ .

Pro tlakový spád  $1/140$  potom obdržíme

$$F_{C(y)} = 8,5087 \cdot 10^5 - 0,78540 p_{ATM(y)} \cdot 10^5$$

a pro tlakový spád  $1/300$

$$F_{C(y)} = 8,8248 \cdot 10^5 - 1,44315 p_{ATM(y)} \cdot 10^5$$





Obr. 4 Průběhy tahu RM v závislosti na tlakovém spádu pro tlak ve spalovací komoře (vstupním průřezu GT)  $p_1 = 10 \text{ MPa}$

V předchozích vztazích jsme neuvažovali ztráty tahu v důsledku úhlu rozevření trysky ve výstupním průřezu.

Průběhy tahu jsou pro oba tlakové spády uvedeny na Obr. 4. Průsečík obou závislostí tahu je přibližně ve výšce 7 km, výpočtový tlak okolní atmosféry je  $0,407 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ .

Pro posouzení tohoto případu je významné, že velikost tahu RM pro výšky nad 7 km bude při uplatnění vyššího tlakového spádu než 1/140 vyšší. To je i východisko pro uplatnění teleskopických nástavců, pomocí kterých dosáhneme vyšší velikosti tlakového spádu.

Mezi 20 a 50 km získáme přibližně rozdíl v tahu 0,04 MN, v tomto rozmezí každou sekundu ušetříme  $0,04 \cdot 10^6 / w_{EF}$  – pro  $w_{EF}$  cca  $3000 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$  je to přibližně  $13,3 \text{ kg} \cdot \text{s}^{-1}$ .

Celková úspora pohonných hmot je odvislá od celkové doby funkce po přesunutí tryskového nástavce (pro dobu 40 s obdržíme úsporu na hmotnosti větší jak 500 kg). To nám umožňuje navýšit hmotnost užitečného zatížení nebo snížit hmotnost nosiče (do našeho výpočtu musíme ale zapracovat hmotnost mechanismu pro přesun nástavce a hmotnost nástavce).

Princip tryskového nástavce byl v minulosti uplatněn například u jedné modifikace amerického nosiče DELTA.

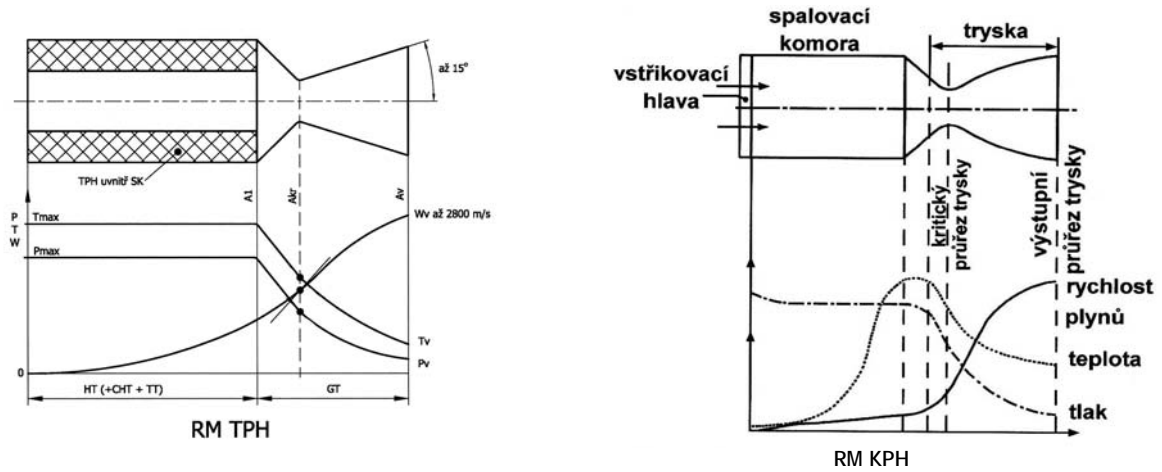
## 6. POUŽITÁ LITERATURA

- [1] Svoboda, O., Kusák, J. Tabulky pro zjednodušené řešení geometrické trysky. VAAZ, Brno 1965
- [2] Kolektiv autorů. Raketová technika. Základy teorie a konstrukce raket, 1. díl. Skripta S-2553-I. VAAZ, Brno 1968
- [3] Dobrovolskij, M. V. Židkostnyje raketnyje dvigatěli. Osnovy projektirovanija. Izdatel'stvo Mašinstrojenie. Moskva 1968, str. 23
- [4] Kolektiv autorů. Raketová technika. Základy teorie a konstrukce raket, 2. díl. Skripta S-2553-II. VAAZ, Brno 1969
- [5] Sedlák, V., Ludvík, F., Kusák, J. Rakety. Skripta S-2121. VAAZ, Brno 1977
- [6] Kusák, J. Základy raketové techniky. Sylaby přednášek. HVM 1976, 81 stran. Kapitola III. Termodynamika raketových motorů, str. 18 až 24
- [7] Růžička, B., Popelínský, L. Rakety a kosmodromy. NV 1986, str. 11 a 12
- [8] Kusák, J. Kosmické rakety dneška. HVM 1998. ISBN 80-902445-3-X, str. 71 a 72
- [9] Kusák, J. Vnitřní balistika raketových motorů na tuhou pohonnou hmotu. Učební texty. VŠ ChT v Pardubicích. Pardubice 1990
- [10] L'Áerospike du X-33. Air Cosmos/Aviation International N° 1574/75. Vendredi 12 Juillet 1996, str. 47
- [11] Kusák, J. Pohonné jednotky s raketovými motory na TPH a jejich uplatnění v nosných raketách. Sylaby přednášek. Kosmonautika 2002. HVM, str. 13 až 22

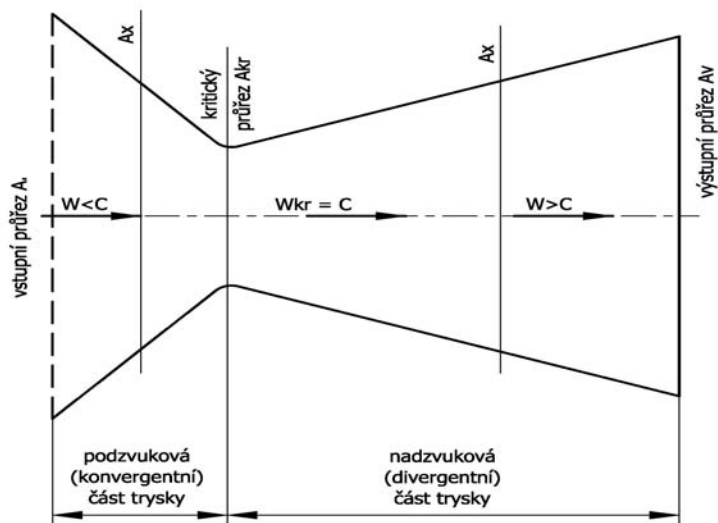
- [12] Kusák, J. Kosmické rakety - nezbytný předpoklad pro kosmický výzkum. Sylaby přednášek ze semináře 50 LET VÝZKUMU VESMÍRU k 50. Výročí otevření Hvězdárny Valašské Meziříčí pro veřejnost. HVM 23. až 25. září 2005, str. 23 až 34
- [13] Kusák, J. Určení hmotnosti a rozměrů nosné rakety z dílčích údajů o oběžné dráze a hmotnosti užitečného zatížení. HVM 23. až 25. listopadu 2007, str. 23 až 34
- [14] Kusák, J. Nepsublikované rukopisy (výpočty) 2010-2011.

# OBRÁZKY

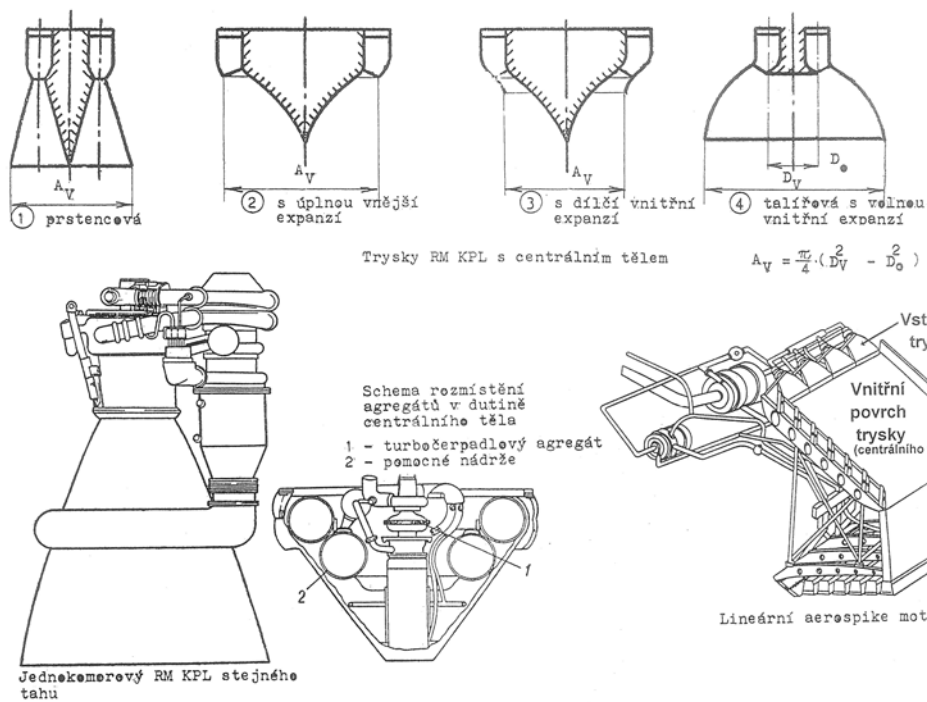
Obr. 1 Plynové trysky RM



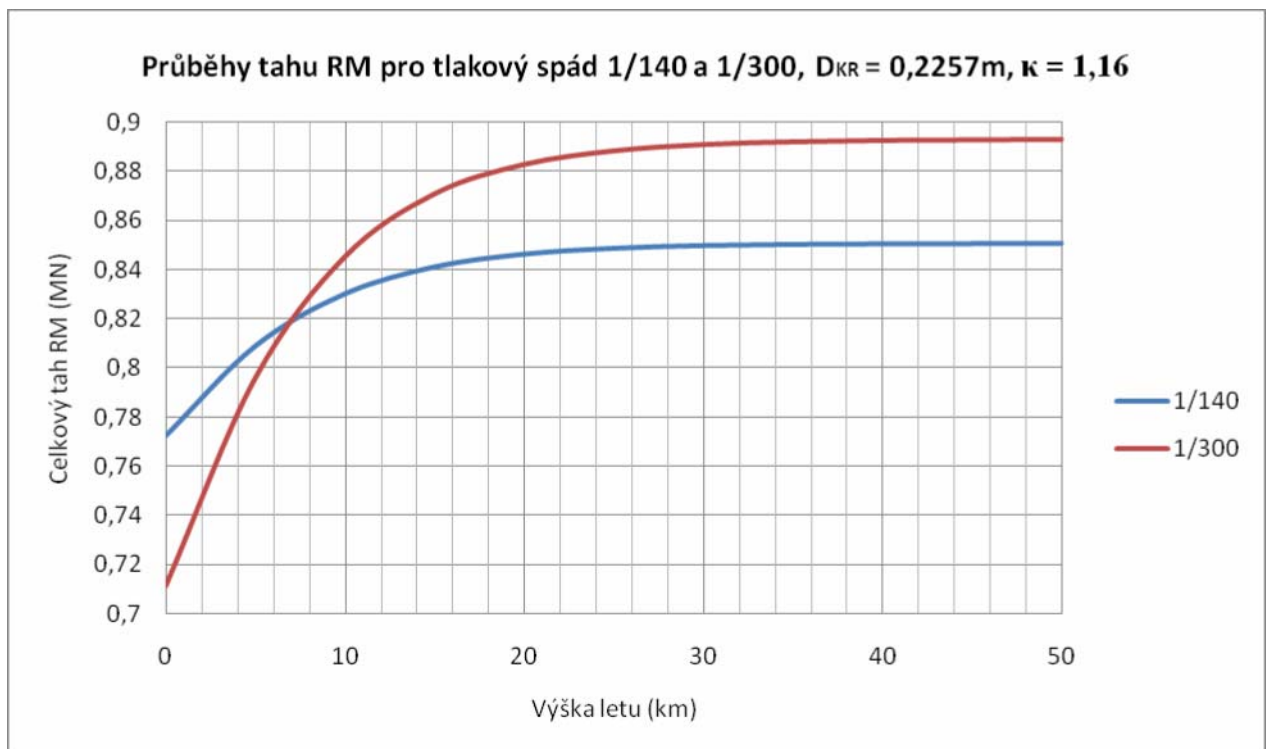
Obr. 2 Schéma izolované GT

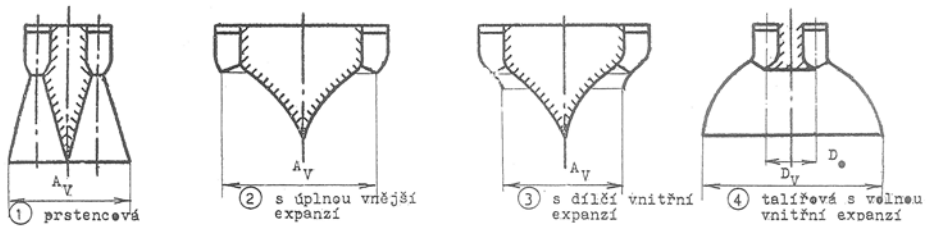


Obr. 3 Konstrukční uspořádání GT



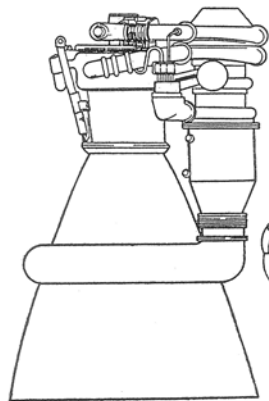
Obr. 4 Průběhy tahu RM v závislosti na tlakovém spádu pro tlak ve spalovací komoře (vstupním průřezu GT)  $p_1 = 10 \text{ MPa}$





Trysky RM KPL s centrálním tělem

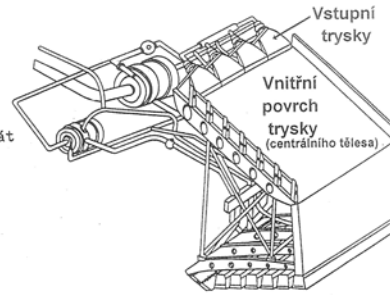
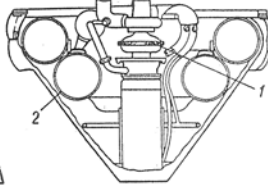
$$A_v = \frac{\pi}{4} \cdot (D_v^2 - D_o^2)$$



Jednokomorový RM KPL stejného tahu

Schema rozmístění agregátů v dutině centrálního těla

- 1 - turbočerpadlový agregát
- 2 - pomocné nádrže



Lineární aerospike motor

