



**PROGRAM
CEZHRANIČNEJ
SPOLUPRÁCE**
SLOVENSKÁ REPUBLIKA
ČESKÁ REPUBLIKA



**EURÓPSKA ÚNIA
EURÓPSKY FOND
REGIONÁLNEHO ROZVOJA**

SPOLOČNE BEZ HRANÍČ

Projekt podpořený Operačním programem Přeshraniční spolupráce Slovenská republika - Česká republika 2007-2013



Hvezdáreň v Partizánskom
Hvezdárna Valašské Meziříčí



**TRENČIANSKY
SAMOSPRÁVNÝ
K • R • A • J**



Tato akce je realizována s finanční
výpomocí Zlínského kraje

ZMĚNY DRAH KOSMICKÝCH OBJEKTŮ A TECHNICKÉ MOŽNOSTI K JEJICH ZABEZPEČENÍ

prof. Ing. Jan Kusák, CSc.

1. ÚVOD

Přednáška se zabývá v omezeném rozsahu vybranými částmi z astrodynamiky a raketové techniky a poskytuje některé základní poznatky o možnostech, které nám dnešní stav poznání dává pro opuštění planety Země a lety do kosmického prostoru.

1.1 Posloupnost činností z pohledu aerodynamiky [4]:

- vynesení tělesa nosičem (nosnou raketou, raketoplánem, modulem...) na dráhu (oběžnou dráhu, OD) kolem Země (nebo jiné planety);
- těleso bez vlastního pohonu - pohyb po OD (kuželosečce) setrvačností při působení gravitačního pole a atmosféry (pokud existuje) dané planety a gravitačních polí okolních nebeských těles; pokud se kuželosečka uzavírá přes planetu - tvrdé přistání;
- těleso s vlastním pohonem (hovoříme o pohonných systémech) silovými impulsy (součin tahu a doby funkce, $N \cdot s$) může měnit rychlost tělesa na dráze v rovině nebo obecně v prostoru a provádět návratové a přistávací manévry.

1.2 Dráhy nebeských (kosmických) těles

Teoretické základy nebeské mechaniky byly položeny zejména dvěma učiteli.

Jan Kepler (1571-1630) formuloval počátkem 17. století tři zákony nebeské mechaniky (dále uvádíme zjednodušeně výklad těchto zákonů - viz [3]):

První zákon - Planeta obíhá kolem své hvězdy po eliptické dráze, hvězda se nachází v jednom ohnisku. Součet vzdáleností libovolného bodu elipsy k ohniskům je konstantní.

Druhý zákon - Rychlost planety je tím vyšší, čím je blíže ke své hvězdě. To představuje zákon zachování momentu hybnosti.

Třetí zákon formuloval Kepler o téměř 10 let později - Čím dále je planeta vzdálena od své hvězdy, tím déle trvá jeden oběh kolem hvězdy. Vztah mezi vzdáleností a oběžnou dobou je stálý.

Keplerovy zákony (např. pro UDZ/Země - v jednom ohnisku leží tě-

žiště UDZ + Země) platí za předpokladu, že zanedbáme vliv gravitačních polí ostatních nebeských těles a odpor atmosféry.

Isaac Newton (1643-1727) v r. 1687 ve své knize *Matematické základy přírodní filozofie* publikoval tři pohybové zákony a princip - zákon všeobecné gravitace.

První pohybový zákon - Každé těleso setrvává v klidu nebo v rovnoměrném přímočarém pohybu, není-li vnějšími silami nuceno tento stav změnit.

Druhý pohybový zákon - Časová změna hybnosti tělesa je úměrná působící síle a má s ní stejný směr.

Třetí pohybový zákon - Vzájemné síly mezi dvěma tělesy mají vždy stejnou velikost a opačný směr.

Zákon všeobecné (univerzální) gravitace - dva hmotné body (m_1 , m_2) vzdálené od sebe o R působí na sebe silou

$F = \kappa \cdot m_1 \cdot m_2 / R^2$, kde $\kappa = 6,670 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$ je univerzální gravitační konstanta

1.3 Parametry dráhy kosmických těles

Při popisu drah kosmických těles budeme zjednodušeně uvažovat kuželosečky jako

uzavřené křivky - kružnice, elipsa (ve skutečnosti v důsledku rušení není oběžná dráha uzavřená);

otevřené křivky - parabola, hyperbola.

Vybrané pojmy:

- Bod na OD, který je nejbližší těžiště - **pericentrum**, bod nejdále od těžiště - **apocentrum** (apsidy dráhy)
 - kolem Země - perigeum/apogeum
 - kolem Slunce - perihelium/afelium
 - kolem Měsíce - perilun/apolun
- Míra protáhlosti uzavřené kuželosečky je **numerická výstřednost kuželosečky** $\epsilon = e/a$

kde e je délková výstřednost, $e = R_A - R_P - a$,

R_A je vzdálenost od ohniska (těžiště soustavy) k nejvzdálenějšímu bodu OD,

R_P je vzdálenost od ohniska k nejbližšímu bodu OD,

a je délka velké poloosy;

pro kružnici je

$\varepsilon = 0$, pro elipsu platí $0 < \varepsilon < 1$,

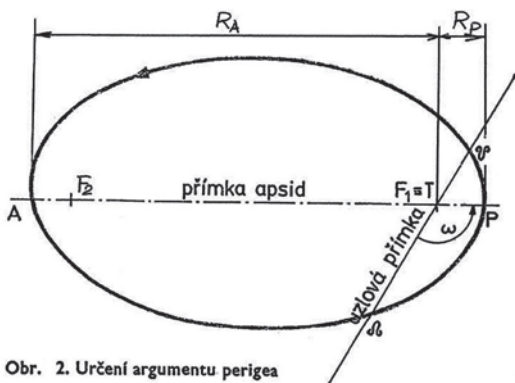
$\varepsilon = 1$ odpovídá parabole

a $\varepsilon > 1$ přísluší hyperbole.

- Další elementy OD: i - sklon OD (pro UZ základní rovinou je rovina rovníku Země, u těles na drahách kolem Slunce rovina ekliptiky); průsečnice roviny OD se základní rovinou (uzlová přímka) má dva uzly - vzestupný a sestupný

Ω - délka vzestupného uzlu je úhel mezi uzlovou přímkou a směrem k jarnímu bodu (Slunce v okamžiku jarní rovnodennosti)

ω - argument pericentra je úhel mezi přímkou apsid (hlavní osou) a uzlovou přímkou - viz Obr. 12 na str. 39 [1].



Obr. 2. Určení argumentu perigea

Obr. 1 Určení argumentu perigea (Obr. 12, str. 39 [1])

- Doba oběhu T ve vztahu k velké poloose a

$$a^3 = \mu \cdot (T/2\pi)^2, \text{ pro Zemi je gravitační parametr } \mu = 398\,600,3 \text{ km}^3 \cdot \text{s}^{-2}$$

Fyzikální vlastnosti těles Sluneční soustavy

(viz str. 36 Tabulka VII. [1]. a str. 78 až 81 [3])

Planeta	Země	Měsíc	Venuše	Mars
Rovníkový poloměr [km]	6 378	1 738	6 052	3 397
Gravitační parametr μ [$\text{km}^3 \cdot \text{s}^{-2}$]	398 600,3	4 902,8	324 858	42 828
Poloměr sféry vlivu [10^{-3} km]	900	60	600	600
Doba rotace kolem osy [hod]	23,934 47	655,719 84	5832	24,622 95
Úniková rychlost [$\text{km} \cdot \text{s}^{-1}$]	11,19	2,39	10,37	5,03
Přítomnost atmosféry	Ano	Ne	Ano	Ano

1.4 Kosmické rychlosti

Z řešení trajektorie tělesa v polárním souřadném systému lze za zjednodušujících předpokladů odvodit diferenciální rovnici [4]:

$$R'^2 \cdot C_K^2 / R^4 + C_K^2 / R^2 = v_K^2 - 2 \cdot g(R_K) \cdot R_K \cdot (1 - R_K / R),$$

kde $C_K = v_K \cdot R_K \cdot \cos \theta_K$

Pohonným systémem nosiče jsme vynesli kosmický objekt do bodu K (bod dohoření raketového motoru), který je určen průvodičem R_K , rychlostí v_K a úhlem sklonu OD k místnímu horizontu θ_K . Velikost gravitačního zrychlení ve výšce nad planetou Země, která odpovídá bodu K, je $g(R_K)$.

Řešením diferenciální rovnice, při orientaci polární osy procházející vrcholem kuželosečky), obdržíme známou rovnici kuželosečky v polárních souřadnicích

$$R = R(\alpha) = p / (1 + \varepsilon \cdot \cos \alpha),$$

kde je p parametr kuželosečky $p = v_K^2 \cdot \cos^2 \theta_K / g(R_K)$

$$\varepsilon = [1 + v_K^2 \cdot \cos^2 \theta_K \cdot (v_K^2 - 2 \cdot g(R_K) \cdot R_K) / g^2(R_K) \cdot R_K^2]$$

1.4.1 Pohyb po kruhové dráze

- $\varepsilon = 0$, $\theta_K = 0$

- $v_K = [g(R_K) \cdot R_K]^{0,5}$, pro $R_K = R_Z = 6378 \cdot 10^3$ m, $g(R_Z) = 9,80665$ m.s⁻² obdržíme

$(v_K)_I = 7909$ m.s⁻¹ první kosmická rychlost u povrchu Země

Odpor vzduchu, vliv Slunce a planet, excentricita gravitačního pole Země a další vlivy zanedbáváme.

Jiné vyjádření podle [1]

$(v_K)_I = (\mu/R)^{0,5}$, pro $R = R_Z = 6371$ km obdržíme 7910 m.s⁻¹.

1.4.2 Pohyb po eliptické dráze

- $\varepsilon < 1$

- $(v_K)_I < v_K < [2 \cdot g(R_K) \cdot R_K]^{0,5}$

Objekt se pohybuje v gravitačním poli Země, pokud nedojde k realizaci dalšího aktivního úseku dráhy (přiložení silového impulsu). V řadě případů se objekt vrací zpět na povrch Země.

Odpor vzduchu, vliv Slunce a planet, excentricita gravitačního pole

Země a další vlivy zanedbáváme.

1.4.3 Pohyb po parabolické dráze

- $\varepsilon = 1$

- $v_K = [2 \cdot g(R_K) \cdot R_K]^{0,5}$

Objekt uniká po parabolické dráze z gravitačního pole Země. Rychlost na začátku pasivního úseku dráhy (dále let setrvačností) musí dosáhnout (bez ohledu na úhel θ_K), u povrchu za zjednodušujících předpokladů (viz část 1.4.1)

$(v_K)_{II} = 11,18 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$ druhá kosmická rychlost u povrchu Země

1.4.4 Pohyb po hyperbolické dráze

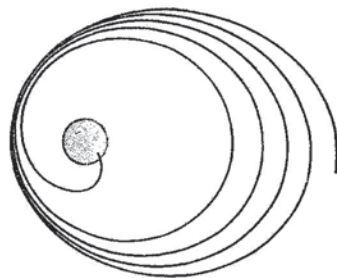
- $\varepsilon > 1$

- $(v_K)_{III} = 16,6 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$ (výpočet podle energetické věty)

Na povrchu Země za výše uvedených zjednodušujících podmínek musíme tělesu udělit objektu tzv. hyperbolickou - třetí kosmickou rychlost, aby uniklo ze Sluneční soustavy.

2. RUŠENÝ POHYB KOSMICKÝCH TĚLES

Z celé řady poruch uvedeme pouze tři. Poruchy a jejich vliv na dráhu kosmického tělesa řešíme zpravidla numerickou integrací zrychlení a sil nebo s pomocí poměrně složitých a méně přesných analytických vztahů.

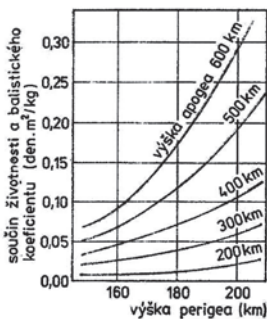


Obr. 2 Změny dráhy UDZ vlivem odporu atmosféry
(Obr. 17, str. 46 [1])

Změny dráhy družice vlivem odporu atmosféry

2.1 Vliv odporu atmosféry

- U kruhové dráhy dochází k rovnoměrné změně letové rychlosti,
- U eliptické dráhy dochází k největšímu brzdění v okolí pericentra dráhy, průvodním jevem je zmenšování excentricity.



Životnost družice na nízké dráze

Obr. 3 Životnost UZD na nízké OD (Obr. 18 na str. 46 [1])

Lze vypočítávat životnost UZD na nízké OD v závislosti na výšce v perigeu a apogeu dráhy a na balistickém koeficientu UZD

2.2 Působení gravitace okolních nebeských těles

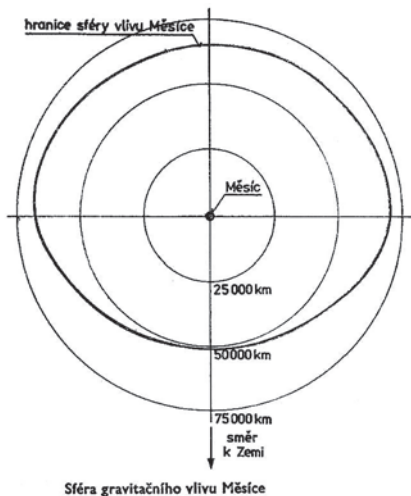
- Slunce a Měsíc působí rušivým vlivem např. na geostacionární družice.

- Při pohybu meziplanetárních sond se projevuje rušivý vliv všech planet naší Sluneční soustavy.

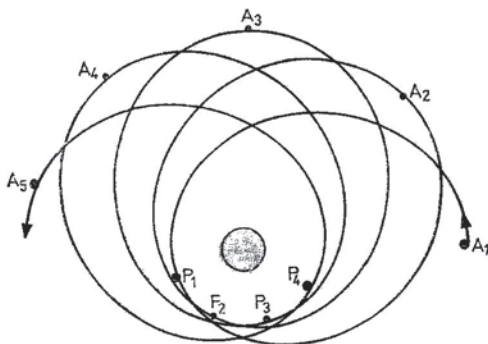
- Existuje určité rozhraní, na kterém lze vzájemně zaměnit rušící a řídicí těleso - jde o tzv. hranici sféry vlivu. Sféra vlivu má velmi přibližně tvar koule o poloměru

$R_{SV} = R \cdot (m_1 \cdot m_2)^{0,4}$, kde R je vzdálenost mezi řídicím tělesem m_1 a rušícím tělesem m_2 .

- Vliv tvaru řídicího tělesa (zploštění planety) způsobuje nerovnoměrnost gravitačního pole, což zapříčiňuje stáčení OD a pericentra.



Obr. 4 Sféra gravitačního vlivu Měsíce (Obr. 15, str. 43, [1])



Precese přímky apsid

Obr. 5 Precese přímky apsid (Obr. 16, str. 44, [1])

2.3 Vliv tlaku záření Slunce

Jedná se o negravitační silové působení, které závisí na vzdálenosti tělesa od Slunce, rozměrech tělesa a na kvalitě (odrazivosti) povrchu

tělesa.

V blízkosti Země je tlak slunečního záření cca $4,5 \cdot 10^{-4}$ Pa

- e , i , ω , Ω se mohou měnit výrazně (T a a se mění nevýznamně);
- nepříjemný vliv u tzv. balonových družic;
- využití u slunečních plachetnic.

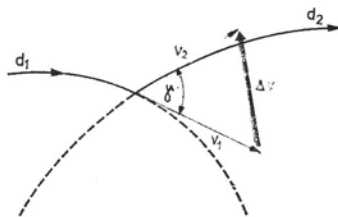
3. ZMĚNY DRAH A PŘÍSTÁVÁNÍ KOSMICKÝCH TĚLES

Změny dráhy realizujeme:

- Impulsními manévry např. s pomocí korekčních motorů, povětšinou s kratší dobou působení;
- Neimpulsní manévry např. s pomocí iontových motorů, které jsou charakterizovány zpravidla velmi dlouhou dobou působení a let probíhá po spirálové OD.

Geometrie obecného impulsního (jednoimpulsního) manévru

$$\Delta v = (v_1^2 + v_2^2 - 2 \cdot v_1 \cdot v_2 \cdot \cos \gamma)^{0,5}$$



Obr. 6 Geometrie obecného impulsního manévru
(Obr. 19, str. 47, [1])

Geometrie obecného impulsního manévru

3.1 Změny dráhy v rovině (koplanární)

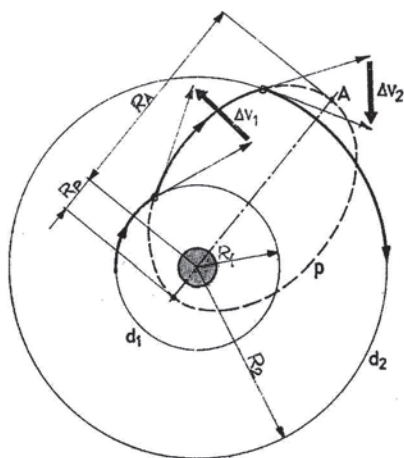
Typické případy:

- Přejít z kruhové na eliptickou dráhu v rovině, protáhla OD. Nemění se směr vektoru rychlosti ($\gamma = 0$) ani rovina OD, pericentrum leží na původní kruhové dráze, apocentrum se zvýší úměrně s přírůstkem rychlosti Δv ;
- Analogicky - vytvoření impulsu od brzdícího motoru např. pro vstup KL do atmosféry;
- Koplanární přechod na únikovou dráhu např. při letech k planetám;

- Vedle jednoimpulsních manévřů (ty jsou použity i u nekoplanárních manévřů), které se vyznačují tím, že výchozí OD d_1 a konečná OD d_2 mají společný jeden bod, jsou častěji používány dvouimpulsní manévry, u kterých výchozí a konečná dráha nemají žádný společný bod. U těchto drah se prvním impulsem dostaneme na přechodovou dráhu, následuje let setrvačností a druhým impulsem přejdeme na požadovanou dráhu:

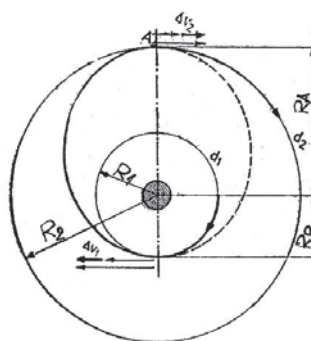
Typickým případem je přechod mezi dvěma koplanárními kruhovými OD. Přechodovou dráhou může být libovolná elipsa, pro minimální součet přírůstků rychlosti Δv_1 a Δv_2 Hohmannova přechodová elipsa (1925).

Obr. 7 Obecná přechodová dráha (Obr. 20, str. 49, [1])



Obecná přechodová dráha

Obr. 8 Hohmannova přechodová elipsa (Obr. 21, str. 51, [1])



Hohmannova přechodová dráha

3.2 Změny dráhy prostorové (nekoplanární)

Přechod mezi nekoplanárními OD je velmi často používán:

- změna sklonu dráhy o Δi je velmi náročným energetickým manévrem

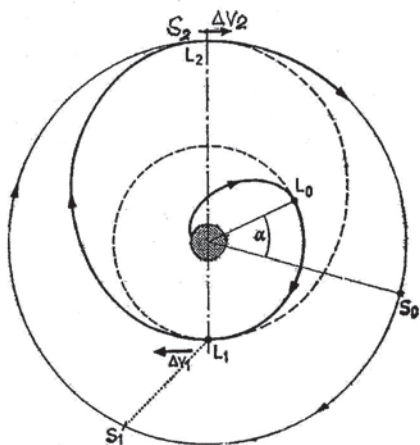
$$\Delta v = 2 \cdot v_k \cdot \sin(\Delta i / 2),$$

tak např. pro $\Delta i = 1^\circ$ ve výšce 200 km je $\Delta v = 136 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$;

- v případě stacionárních družic (kosmodrom neleží v rovině rovníku) je posloupnost následující:
- vyvedení tělesa na přibližně kruhovou parkovací OD (sklon OD je roven zeměpisné šířce kosmodromu);

- přechod na protáhlou eliptickou dráhu (apogeum cca 35 800 km) se změnou Δi ;
- při průletu apogem přechodové OD přiložíme Δv .

Průběh letu na meziplanetárních drahách bude vysvětlen v samostatné přednášce.



Obr. 10 Schéma meziplanetárního přeletu (Obr. 24, str. 54, [1])

Obr. 9 Setkávací koncentrický manévr (Obr. 22, str. 51, [1])

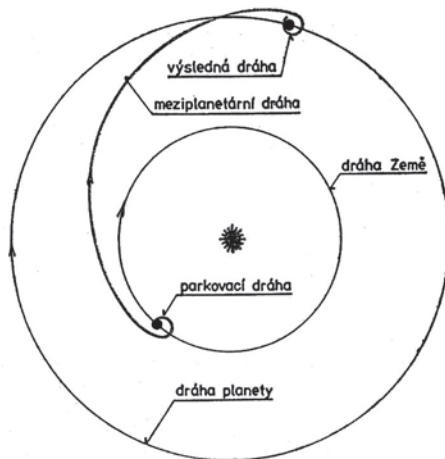
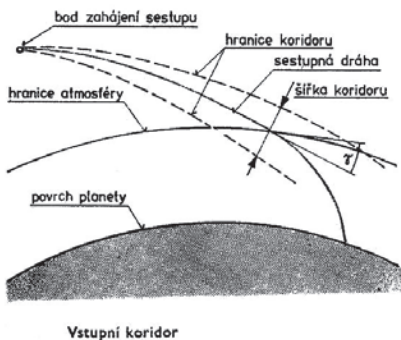
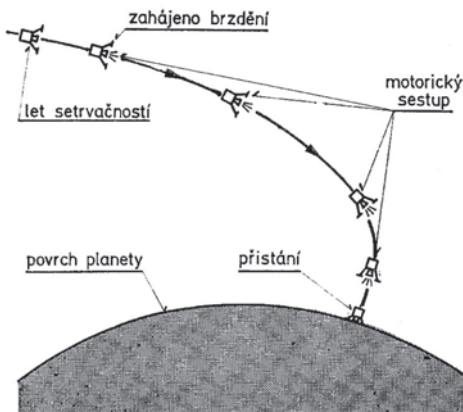


Schéma meziplanetárního přeletu



Obr. 11 Vstupní koridor (Obr. 28, str. 64, [1])



Obr. 12 Schéma motorického sestupu (Obr. 29, str. 65, [1])

Schéma motorického sestupu

3.3 Přistávání kosmických těles

Posloupnost přistávacího manévru závisí na existenci atmosféry na dané planetě:

- Aerodynamický sestup (planety s atmosférou).
 - Těleso při balistickém sestupu vstupuje do určitého vstupního koridoru, u neřízeného aerodynamického sestupu - značný ohřev, zpoždění, nebo aerodynamicky řízený sestup (vztlaková tělesa) s možností manévrování, padákové zařízení a raketové motory měkkého přistání.
- Motorický sestup (nebeská tělesa bez atmosféry) je provázen postupným snižováním rychlosti až do relativně měkkého přistání.

4. TECHNICKÉ MOŽNOSTI

4.1 Pohonné systémy

Místo a úloha pohonných systémů (chemické, fyzikální a fyzikálně-chemické) byly rozebrány v sylabech přednášek na Hvězdárně Valašské Meziříčí - viz např. z r. 1976 a 2005 [6] a [7].

Technické možnosti:

- Korekční motorčky (vernieri), natáčení zpravidla v jedné rovině
- Natáčení spalovacích komor nebo trysek
- Změna vektoru tahu - natáčení nástavců, plynová kormidla (dnes překonané), sekundární vstřík do nadzvukové části geometrické trysky
- Apogeové motory na TPH
- Vícenásobný zážeh raketového motoru (s výhodou samozážehové složky KPH), případně hybridní raketové motory.

4.2 Chemické pohonné systémy

Raketové motory na KPH a TPH tvoří dnes rozhodující technické prostředky pro starty z planet, korekce dráhy, meziplanetární lety, korekce a manévrování v prostoru, přistání na planetách, výškovou kontrolu a orientaci kosmických těles a KL.

4.3 Fyzikální pohonné systémy

Na rozdíl od chemických pohonných systémů dosahují vybrané fyzi-

kální pohonné systémy řádově vyšších velikostí efektivní výtokové rychlosti, a tedy jsou výhodnější pro meziplanetární lety.

Použitá literatura

- [1] Lála, P., Vítek, A.; *Malá encyklopedie Kosmonautiky*. Nakladatelství MF Praha, 1982. Kapitola 2. Astrodynamika, str. 14 až 69
- [2] Růžička, B., Popelínský, L.; *Rakety a kosmodromy*. Vydavatelství Naše vojsko, 1986, str. 11 až 31
- [3] Couperová, H., Henbest, N.; *Encyklopedie Vesmíru*. Nakladatelství Slovart Praha, 2000, str. 78 až 81
- [4] Kusák, J.; *Soubor přednášek z astrodynamiky a kosmických pohonů pro předmět Základy kosmonautiky* přednášený (zpracovány sylaby) na ČVUT Praha 18. a 25.10.2007
- [5] Kusák, J.; *Soubor dvou přednášek Astrodynamika a Raketové pohony* (Fundamentals of Space Mechanics and Dynamics) 1.11.2010 v rámci kurzu SPACE TECHNOLOGY COURSE. ČVUT Praha, Fakulta dopravní, listopad 2010
- [6] Sylaby přednášek, Hvězdárna Valašské Meziříčí
Kusák, J.; *Základy raketové techniky*. HVM, 1976, 81 stran

Sborníky sylabů přednášek ze seminářů:

- Růžička, B.; *Pohony kosmických raket*. Kosmonautický seminář 22. až 24.11.1996
- Kusák, J.; *Nosné prostředky SSTO*. Kosmonautický seminář 22. až 24.11.1996
- Kusák, J.; *Pohonné jednotky s raketovými motory na TPH a jejich uplatnění v nosných raketách*. Seminář Kosmonautika 22. až 24.11. 2002
- Kusák, J.; *Kosmické rakety - nezbytný předpoklad pro kosmický výzkum*. Seminář k 50 let výzkumu Vesmíru 23. až 25. září 2005
- [7] Poulek, V.; *Fyzikální reaktivní pohony v kosmonautice*. Letectví a kosmonautika č. 14, 1992, str. 45 až 49